Résumé

Nous étudions le théorème de Borsuk-Ulam pour les triplets $(M, \tau, \mathbb{R}^n)$, où M est une 3-variété compacte connexe équipée d'une involution libre τ. La plus grande valeur de n pour laquelle le théorème de Borsuk-Ulam est vérifié est appelée le $\mathbb{Z}_2$-indice et dans notre cas il prend la valeur 1, 2 ou 3. Nous discutons pleinement cet indice en fonction des opérations cohomologiques appliquées sur la classe caractéristique $x \in H^1(N, \mathbb{Z}_2)$, où $N = M/\tau$ est l'espace des orbites.

Dans le cas orienté, nous obtenons une expression de l'indice de la matrice d'enlacement d'une présentation par chirurgie de l'espace des orbites. Rappelons que toute 3 variété compacte orientée peut avoir une telle présentation par chirurgie. Nous appliquons nos résultats à quelques familles d'exemples. Nous considérons en premier les revêtements doubles des espaces lenticulaires. Ensuite nous discutons entièrement les revêtements doubles des fibrés en tores. On considère le cas des présentations par chirurgie sur des entrelacs algébriquement scindés. Finalement, nous étudions toutes les involutions libres sur $S^1 \times S^2$, qui incluent une qui n'est pas orientée. Nous prouvons le théorème de Borsuk-Ulam pour la bouteille de Klein non orientée K^3 avec une involution naturelle.

2020 MSC : 57K30, 57M60.
Mots clés : Le théorème de Borsuk-Ulam, 3-variétés, chirurgie, forme d'enlacement.